

**Concursul „PRIN LABIRINTUL MATEMATICII”
ediția a XV-a, Baia Mare, 26 noiembrie 2022
CLASA a IX-a**

Subiectul 1.

a) Rezolvați în \mathbb{R} inecuația $\frac{x}{x-1} < 2$.

b) Determinați $x \in \mathbb{R}$ astfel încât $x^2 = 3 \cdot \left[\frac{x}{x-1} \right] + [x] \cdot \left[\frac{x}{x-1} \right] = 5 \cdot \left[\frac{x}{x-1} \right]$, unde $[a]$ reprezintă partea întreagă a numărului real a .

Subiectul 2.

Dacă $x, y, z \in [0, +\infty)$ și $x + y + z = 3$, aflați minimul și maximul expresiei

$$E = \sqrt{x(y+3)} + \sqrt{y(z+3)} + \sqrt{z(x+3)}.$$

Subiectul 3.

Fie patrulaterul convex $ABCD$ și punctele H_1, H_2 ortocentrele triunghiurilor ABC , respectiv ABD . Demonstrați că dacă CDH_2H_1 este paralelogram, atunci $ABCD$ este patrulater inscriptibil. Reciproca este adevărată ?

Subiectul 4.

Medianele duse din vârfurile A, B, C ale triunghiului ABC intersectează cercul circumscris acestuia în punctele D, E , respectiv F . Dacă $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \vec{0}$, arătați că triunghiul ABC este echilateral.

Timp de lucru: 3 ore.

Fiecare subiect se notează cu puncte de la 0 la 7.

SUCCES!