



CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ „SIGMA”
EDIȚIA A XXVII-A
06.05.2023

Clasa a VII-a

Subiectul 1. Fie a, b, c numere raționale pozitive astfel încât

$$\frac{a}{b+c} = \frac{b}{a+c} = \frac{c}{a+b}.$$

a) Arătați că

$$\sqrt{\frac{a+b}{a+2b+3c} + \frac{b+c}{b+2c+3a} + \frac{c+a}{c+2a+3b}} \in \mathbb{Q};$$

b) Arătați că

$$\sqrt{\frac{ab}{c(2a-b)} + \frac{bc}{a(2b-c)} + \frac{ca}{b(2c-a)}} \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}.$$

Subiectul 2. a) Arătați că pentru orice numere reale $x, y \in \mathbb{R}$, are loc egalitatea

$$(x+y-2)(2x-y-1) + y^2 + 5x - 2x^2 - xy - y = 2.$$

b) Determinați numerele întregi $x, y \in \mathbb{Z}$, pentru care $1+x < 2y < -2(x+13)$ și

$$2x^2 + xy + y - 5x - y^2 = 2023.$$

Subiectul 3. Fie ABC un triunghi dreptunghic isoscel, cu $\angle ABC = 90^\circ$, punctele M și N sunt mijloacele laturilor BC , respectiv AC , iar $\{G\} = BN \cap AM$. Fie punctul P pe dreapta AB astfel încât $PA = 2 \cdot PB$ și Q punctul de intersecție al dreptelor BN și CP .

a) Arătați că $AG = \frac{\sqrt{5}}{3}AB$

b) Arătați că $BM \cdot BP = BQ \cdot BG$.

Toate subiectele sunt obligatorii

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7 puncte

Timp de lucru 120 de minute