



CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ „SIGMA”
EDIȚIA A XXVII-A
06.05.2023

Clasa a VIII-a

Subiectul 1. Aflați valoarea maximă a expresiei

$$E(x, y) = -9x^2 - 4y^2 + 48x - 140y + 734$$

unde x și y sunt numere reale.

Subiectul 2. a) Arătați că pentru orice număr real $x > 0$ are loc inegalitatea

$$\left(\frac{\sqrt{2x+1} + \sqrt{2x}}{\sqrt{2x-1} + \sqrt{2x}} \right)^2 < 1 + \frac{1}{x}.$$

b) Fie $n \in \mathbb{N}^*$ și numerele

$$x = (\sqrt{2} - 1)(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{4} - \sqrt{3}) \cdot \dots \cdot (\sqrt{2n+1} + \sqrt{2n})$$

$$y = (\sqrt{2} + 1)(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{4} + \sqrt{3}) \cdot \dots \cdot (\sqrt{2n+1} - \sqrt{2n}).$$

i) Arătați că $x + y > 2$.

ii) Demonstrați că pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$ au loc inegalitățile $y < x < (n+1)y$.

Subiectul 3. Se consideră cubul $ABCA'B'C'D'$, cu $AB = a$, $a > 0$. Fie M mijlocul muchiei AB , N mijlocul muchiei AD , iar O centrul feței $ADD'A'$.

a) Demonstrați că dreapta $C'O$ este perpendiculară pe planul $(A'MD)$.

b) Determinați tangenta unghiului diedru format de planele $(C'MN)$ și $(C'CD)$.

*Toate subiectele sunt obligatorii
Fiecare subiect se notează de la 0 la 7 puncte
Timp de lucru 120 de minute*