



CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ „SIGMA”
EDIȚIA A XXVII-A
06.05.2023

Clasa a IX-a

Subiectul 1

a) Arătați că pentru orice număr real $x \in (0, \infty)$ are loc inegalitatea $x^3 - 3x + 2 \geq 0$;

b) Arătați că pentru orice numere reale $a, b, c > 0$ are loc

$$\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} + \sqrt{\frac{ab+bc+ca}{a^2+b^2+c^2}} \geq \frac{5}{2}.$$

Subiectul 2. Fie punctele M, N și P pe laturile AB, BC , respectiv AC ale triunghiului ABC .

a) Arătați că dacă centrul de greutate al triunghiului MNP aparține medianei dusă din A a triunghiului ABC atunci

$$\frac{2NB}{BC} = \frac{MA}{AB} + \frac{PC}{AC};$$

b) Dacă centrele de greutate ale triunghiurilor MNP și ABC coincid, arătați că

$$\frac{MA}{MB} = \frac{NB}{BC} + \frac{PC}{AC}.$$

Subiectul 3. Determinați funcțiile $f: \mathbb{N}^* \rightarrow \mathbb{N}^*$ cu proprietatea că egalitatea

$$\frac{x+y-f(x)}{x+f(y)} + \frac{x+y-f(y)}{y+f(x)} = \frac{x+y}{f(x+y)}$$

are loc pentru orice $x, y \in \mathbb{N}^*$.

Toate subiectele sunt obligatorii

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7 puncte

Timp de lucru 120 de minute