

**TABĂRA JUDEȚEANĂ\_CONCURS,**  
**pentru elevii olimpici la matematică, ediția a XII-a 2022,**

Târgu Lăpuș, 29.08.2022-04.09.2022

**Clasa a VIII-a**

1. a. Calculați  $(\sqrt{x^2+2}-x)(\sqrt{x^2+2}+x)$ , pentru  $x \in \mathbb{R}$ .
- b. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $(\sqrt{x^2+2}-x)(\sqrt{\{x\}^2+2}-\{x\})=2$ .  
(Am notat cu  $\{x\}$  partea fracționară a numărului real  $x$ .)
2. a. Arătați că pentru orice numere reale strict pozitive  $x$  și  $y$  are loc inegalitatea  $\frac{4}{x+y} - \frac{1}{xy} \leq 1$ .
- b. Dacă numerele reale strict pozitive  $a, b$  și  $c$  sunt astfel încât  $a+b+c=3$ , arătați că  
$$\frac{a+1}{b+c} + \frac{b+1}{c+a} + \frac{c+1}{a+b} \leq \frac{3}{abc}.$$
3. a. Fie  $ABC$  un triunghi echilateral și  $P$  un punct din interiorul său. Arătați că  $PA+PB+PC < 2 \cdot AB$ .
- b. Fie  $P$  un punct în interiorul unui tetraedru regulat  $ABCD$  cu latura de 1 cm.  
Arătați că  $PA+PB+PC+PD < 3$ .

*Notă: Fiecare problemă se notează cu puncte de la 0 la 7.  
Timp de lucru: 2 ore*