

**Concursul “PRIN LABIRINTUL MATEMATICII”
ediția a XV-a, Baia Mare, 26 noiembrie 2022
CLASA a VI-a**

Subiectul 1. Arătați că numărul $a = 2^{26} + 2^{24} + 2^{20}$ este pătrat perfect, iar numărul $b = 3^{26} - 3^{24}$ este cub perfect.

Subiectul 2. Se consideră mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x + 3 = 5^a, a \in \mathbb{N}\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 5x + 1 = 13^b, b \in \mathbb{N}\}$.
Calculați $A \cap B$.

Subiectul 3. Fie unghiurile adiacente complementare $\sphericalangle AOB$ și $\sphericalangle BOC$ și punctul $D \in \text{Int}(AOB)$, cu $\sphericalangle AOD \equiv \sphericalangle DOB$. Bisectoarele unghiurilor $\sphericalangle BOC$ și $\sphericalangle BOD$ formează un unghi cu măsura de 35° .

a) Calculați măsurile unghiurilor $\sphericalangle AOB$ și $\sphericalangle BOC$;

b) Fie $F \in OB, O \in (BF)$ și punctul E astfel încât $m(\sphericalangle AOE) > m(\sphericalangle EOC)$ și $m(\sphericalangle DOE) = 90^\circ$.
Calculați măsura unghiului $\sphericalangle EOF$.

Subiectul 4. Pe segmentul $[AB]$ se consideră punctele A_1, A_2, \dots, A_9 , în această ordine, astfel încât $AA_1 = 1 \text{ cm}, A_1A_2 = 3 \text{ cm}, A_2A_3 = 5 \text{ cm}, A_3A_4 = 7 \text{ cm}, A_4A_5 = 9 \text{ cm}, A_5A_6 = 11 \text{ cm}, A_6A_7 = 13 \text{ cm}, A_7A_8 = 15 \text{ cm}, A_8A_9 = 17 \text{ cm}, A_9B = 19 \text{ cm}$. Fie punctul M mijlocul segmentului $[AB]$.

a) Arătați că $AB = 100 \text{ cm}$;

b) Arătați că $M \in [A_7A_8]$ și că $A_8M = 14 \cdot A_7M$;

c) Din punctele A și B pornesc, în același timp, unul spre celălalt, câte un melc, primul (cel din A) cu viteza de 2 dm/h , iar cel de-al doilea (cel din B) cu viteza de 3 dm/h . Arătați că cei doi melci se vor întâlni într-un punct P situat pe segmentul $[A_6A_7]$ și $A_6P < A_7P$.

Timp de lucru: 2 ore.

Fiecare subiect se notează cu puncte de la 0 la 7.

SUCCES!