

Olimpiada Națională de Matematică – Etapa Locală
Maramureș – 10 februarie 2024
Clasa a VI - a

1. Se consideră mulțimile:

$$A = \{a \in \mathbb{N} \mid a = 2n + 1, \text{ cu } n \in \mathbb{N}\} \text{ și } B = \{b \in \mathbb{N} \mid b = 5n + 7, \text{ cu } n \in \mathbb{N}\}.$$

- a) Scrieți primele cinci elemente din fiecare mulțime.
- b) Determinați $A \cap B$.
- c) Determinați cardinalul mulțimii obținute prin intersectarea mulțimii pătratelor perfecte cu mulțimea $A \cap B$.

2. Pe segmentul AB se consideră punctele M, N astfel încât $\frac{AM}{AB} = \frac{1}{6}$ și $\frac{AN}{AB} = \frac{7}{18}$, iar punctele O și P sunt mijloacele segmentelor MN , respectiv AB . Dacă $OP = 20 \text{ cm}$, determinați lungimea segmentului AB .

3. Se consideră unghiurile $\sphericalangle AOB$, $\sphericalangle BOC$, $\sphericalangle COD$ și $\sphericalangle DOA$, adiacente două câte două, formate în jurul punctului O . Măsura unghiului $\sphericalangle BOC$ este cu 20% mai mare decât măsura unghiului $\sphericalangle AOB$, măsura unghiului $\sphericalangle COD$ este cu 30% mai mare decât măsura unghiului $\sphericalangle BOC$, iar măsura unghiului $\sphericalangle DOA$ este cu 72° mai mare decât dublul măsurii unghiului $\sphericalangle AOB$.

- a) Determinați măsurile unghiurilor $\sphericalangle AOB$, $\sphericalangle BOC$, $\sphericalangle COD$ și $\sphericalangle DOA$.
- b) Se consideră semidreapta $(OM$ astfel încât unghiul $\sphericalangle AOM$ să fie drept. Determinați măsura unghiului format de semidreapta $(OM$ și bisectoarea unghiului $\sphericalangle AOD$.

4. Un număr natural nenul se numește *olimpic* dacă suma cifrelor sale este divizibilă cu 4.

- a) Demonstrați că există o infinitate de perechi de numere consecutive care sunt, ambele, olimpice.
- b) Demonstrați că există o infinitate de perechi de numere olimpice de forma (n, n^2) .

(GM 9/2023)

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare problemă se notează de la 0 la 7 puncte.

Timp de lucru - 3 ore