CONCURSUL „ARGUMENT”
Baia Mare, 13 ianuarie 2024

CLASA a V-a

La problemele 1-8, scrieţi pe foaia de concurs doar litera corespunzătoare răspunsului corect.

(5p) **1**. Câte numere naturale $\overline{abc}$ cu proprietatea $13a-4b-8c=0$ există ?

a) 5 b) 6 c) 7 d) 8

(5p) **2.** Fie numerele $a=1+3+5+...+101$ şi $b=a-(2+4+6+...+100)$. Câtul împărțirii lui a la b este:

a) 0 b) 2024 c) 1 d) 51

(5p) **3.** Numărul numerelor naturale, cuprinse între 3^{2023} şi 3^{2024} este:

a) 1 b) $2\cdot3^{2023}-1$ c) $2\cdot3^{2023}+1$ d) 2^{2024}

(5p) **4.** Rezultatul sumei $2+2^2+2^3+...+2^{100}$ este:

a) $2^{101}-2$ b) $2^{101}-1$ c) 2^{5050} d) 2^{101}

(5p) **5.** Cifra c a numărului $\overline{abc}$ cu proprietatea $\overline{aabb}=\overline{cc}\cdot\overline{cc}$ este :

a) 3 b) 9 c) 7 d) 8

(5p) **6.** Suma numerelor naturale nenule n, care împărțite la 16 dau restul un număr prim de două ori mai mic decât câtul este:

a) 1353 b) 1320 c) 1681 d) 1386

(5p) **7.** Restul împărțirii numărului $A=\overline{ababab}+39$ la 37 este :

a) 22 b) 12 c) 2 d) 37

(5p) **8.** Fie numărul $n=1+7+7^2+...+7^{102}$. Restul împărțirii lui n la 400 este:

a) 1 b) 8 c) 57 d) 56

La problemele 9 şi 10 redactaţi rezolvările complete.

(20p) **9.** Arătați că numărul $n=10^{2024}$ se poate scrie ca sumă de patru cuburi perfecte.

(30p) **10.** Fie n un număr natural nenul. Demonstraţi că numărul $N=\underbrace{5050...505}_{2n+1\text{ cifre}}$ se poate scrie ca suma a $4n+2$ pătrate perfecte distincte.

Notă: Timpul de lucru este 2h . Se acordă 10 puncte din oficiu.

SUCCES !

Barem
Clasa a V-a

SUBIECT I:

Problema	1	2	3	4	5	6	7	8
Varianta corectă	b	d	b	a	d	a	c	c

SUBIECT II:

9. $n = 10^{2024} = 10^2 \cdot 10^{2022} = (1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3) \cdot 10^{3 \cdot 674}$ ……………….. 10p

$n = (10^{674})^3 + (2 \cdot 10^{674})^3 + (3 \cdot 10^{674})^3 + (4 \cdot 10^{674})^3$ …………………….. 10p

10. $N = \underbrace{5050...505}_{2n+1 \text{ cifre}} = 5 \cdot 10^{2n} + 5 \cdot 10^{2n-2} + ... + 5 \cdot 10^2 + 5$ ………………………… 5p

$500 = 5 \cdot 100 = (2^2 + 1^2) \cdot (8^2 + 6^2) = 16^2 + 12^2 + 8^2 + 6^2$, prin urmare ………………… 5p

$5 \cdot 10^{2k} = 500 \cdot 10^{2k-2} = (16^2 + 12^2 + 8^2 + 6^2) \cdot (10^{k-1})^2 = (16 \cdot 10^{k-1})^2 + (12 \cdot 10^{k-1})^2 + (8 \cdot 10^{k-1})^2 + (6 \cdot 10^{k-1})^2, \forall k \in \{1,2,...,n\}$

Cu excepţia ultimului termen care este 5 şi care se scrie ca suma a două pătrate perfecte sub forma $5 = 2^2 + 1^2$, ceilalţi n termeni se scriu ca sume de patru pătrate perfecte. …….. 10p

Scrierea lui N ca sumă de 4n + 2 pătrate perfecte distincte este:

$N = \left[(16 \cdot 10^{n-1})^2 + (12 \cdot 10^{n-1})^2 + (8 \cdot 10^{n-1})^2 + (6 \cdot 10^{n-1})^2\right] + \left[(16 \cdot 10^{n-2})^2 + (12 \cdot 10^{n-2})^2 + (8 \cdot 10^{n-2})^2 + (6 \cdot 10^{n-2})^2\right] + ... +$
$+ (16^2 + 12^2 + 8^2 + 6^2) + 2^2 + 1^2$ 10p