



CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ „SIGMA”
EDIȚIA A XXVIII-A
11.05.2024

Clasa a V-a

Barem

Subiectul 1. Se dau numerele naturale:

$$a = 9^{50}; 27^{33}$$

$$b = (10^7 \cdot 10^{13})^5; (5^{17} \cdot 5^8)^4; 2^{99}$$

$$c = (2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 + 2^6); 63$$

$$d = (2^{100} - 2^{98}); (2^{97} - 2^{95}) - 2^3.$$

Calculează $a^{b^{c^d}}$

Soluție și barem

$$a = 3$$

(1punct)

$$b = 2$$

(1punct)

$$c = 2$$

(2 puncte)

$$d = 0$$

(2 puncte)

$$a^{b^{c^d}} = 3^{2^{2^0}} = 9$$

(1punct)

Subiectul 2.

Se consideră secvența de numere naturale

$$1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 11, 13, 14, \dots, 2023, 2024.$$

- Arătați că numărul 1002 nu este termen al șirului dat.
- Aflați câți termeni conține secvența considerată.
- Calculați suma tuturor numerelor naturale conținute în secvența dată.

Soluție și barem

Observăm că șirul este format din numere de forma $3K + 1$ și $3K + 2$ și lipsesc numerele de forma $3K$, unde K este număr natural de la 0 până la 674.

(2 puncte)

a) Cum 1002 este divizibil cu 3, rezultă că 1002 nu este termen al secvenței date

(1 punct)

b) Din cele 2024 de numere (de la 1 la 2024) sunt eliminate cei 674 multiplii ai lui 3 deci secvența conține $2024 - 674 = 1350$ numere

(1 punct)



c)

$$\begin{aligned} S &= 1 + 2 + 4 + 5 + 7 + 8 + \dots + 2023 + 2024 \\ &= (1 + 2 + 3 + \dots + 2024) - 3 \cdot (1 + 2 + 3 + \dots + 674) \\ &= (1 + 2024) \cdot 2024 : 2 - 3 \cdot (1 + 674) \cdot 674 : 2 \\ &= 1366875 \end{aligned}$$

(3 puncte)

Subiectul 3.

Aflați numărul natural \overline{abc} , pătrat perfect, astfel încât

$$10 \cdot \frac{\overline{ab}}{c} + \frac{\overline{bc}}{a} = 88.$$

Gazeta Matematică 3/2024

Soluție și barem

Prin înmulțirea cu produsul $a \cdot c$, egalitatea din enunț devine

$$\overline{ab0} \cdot a + c \cdot \overline{bc} = 88 \cdot a \cdot c$$

Cum numerele $\overline{ab0} \cdot a$ și $88 \cdot a \cdot c$ sunt pare, este necesar ca numărul $c \cdot \overline{bc}$ să fie par

ceea ce implică c o cifră pară

dar c este ultima cifră a unui pătrat perfect, atunci avem situațiile $c = 4$ sau $c = 6$.

(3 puncte)

Cazul 1. Pentru $c = 4$, avem $\overline{ab0} \cdot a + 4 \cdot \overline{b4} = 88 \cdot a \cdot 4$, de unde rezultă că $u(88 \cdot a \cdot 4) = u(2 \cdot a) = 6$, deci $a = 3$ sau $a = 8$

Convine doar $a = 3$, cu $b = 2$. Deci $\overline{abc} = 324 = 18^2$ un pătrat perfect.

(2 puncte)

Cazul 2. Pentru $c = 6$, avem $\overline{ab0} \cdot a + 6 \cdot \overline{b6} = 88 \cdot a \cdot 6$, de unde rezultă că $u(88 \cdot a \cdot 6) = 6$, deci $a = 2$ sau $a = 7$, care nu convin

(2 puncte)

În concluzie,

$$\overline{abc} = 324 = 18^2$$

(E:16832, GM 3/2024)

*Subiecte selectate și propuse de către
Prof. MIHU AMALIA-MIRELA*