



CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ „SIGMA”
EDIȚIA A XXVIII-A
11.05.2024

Clasa a XI-a
SUBIECT

Subiectul 1

Fie $a \in (0, \infty)$. Fie șirurile $(a_n)_{n \geq 1}$ și $(b_n)_{n \geq 1}$ pentru care $a_1 = a$ și

$$\left(\frac{a_{n+1}}{a_n}\right)^2 = \frac{a_{n+1} + 1}{a_n^2 + a_n + 1}, \quad 1 + a_n = a_n^2 \cdot b_n, \quad n \geq 1.$$

a) Arătați că $b_n = b_1 + n - 1$ oricare ar fi $n \geq 1$, cu $b_1 = (1 + a) \cdot a^{-2}$.

b) Calculați $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$.

Gazeta Matematică 10/2023 (prelucrare)

Subiectul 2. Fie $A, B \in \mathcal{M}_3(\mathbb{C})$, cu $A \neq B$, $(A - B)^2 = O_3$ și $A^3 = ABA$. Arătați că
 $\det(xA + yB) = 0, \quad \forall x, y \in \mathbb{C}$.

Gazeta Matematică 1/2024

Subiectul 3.

Determinați funcțiile $f: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, continue în punctul $x_0 = 1$, cu proprietatea că

$$f(x^3) - f(y^3) \leq (x - f(y)) \cdot (f(x^2) + xy + y^2), \quad \forall x, y \in [0, \infty).$$

Gazeta Matematică 12/2023 (prelucrare)

Toate subiectele sunt obligatorii

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7 puncte

Timp de lucru 120 de minute