



CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ „SIGMA”
EDIȚIA A XXVIII-A
11.05.2024

Clasa a XII-a
SUBIECT

Subiectul 1

Fie $f: [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$ o funcție continuă pe $[0,1]$ pentru care inegalitatea

$$\int_x^1 f(t) dt \geq \frac{1-x^2}{2}$$

are loc oricare ar fi $x \in [0,1]$. Arătați că

$$\int_0^1 f^2(x) dx \geq \frac{1}{3}.$$

Subiectul 2. Fie $(R, +, \cdot)$ un inel în care are loc proprietatea

există $k \in \mathbb{N}$ astfel încât egalitatea $x^{5(k+1)+1} = x^{5k+1}$ are loc pentru orice $x \in R$.

Arătați că ecuația $x^2 = 0$ are soluție unică în R .

Subiectul 3.

a) Arătați că

$$\int_0^1 \frac{\ln(1+x)}{1+x^2} dx = \frac{\pi \ln 2}{8}.$$

b) Calculați

$$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{x}{\sin 2x - \cos 2x + 1} dx.$$

Toate subiectele sunt obligatorii

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7 puncte

Timp de lucru 120 de minute