



Colegiul Național
„Vasile Lucaciu”



INSPECTORATUL ȘCOLAR
JUDEȚEAN MARAMUREȘ



MINISTERUL EDUCAȚIEI

Concursul regional „PRIN LABIRINTUL MATEMATICII”

ediția a XVII-a, Baia Mare, 9 noiembrie 2024

CLASA a VIII-a

Subiectul 1. Fie numerele naturale p și n , cu $2 \leq p < n$, care fac parte din secvența

$$1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, \dots, p, n, p + n, 2n + p,$$

în care fiecare număr, începând de la al treilea până la ultimul, este suma celor două numere anterioare lui. Fie

$$A = \frac{2}{1 \cdot 3} + \frac{3}{2 \cdot 5} + \frac{5}{3 \cdot 8} + \frac{8}{5 \cdot 13} + \dots + \frac{n}{p \cdot (n + p)} + \frac{n + p}{n \cdot (2n + p)}$$

și

$$B = \frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 5} + \frac{1}{3 \cdot 8} + \frac{1}{5 \cdot 13} + \dots + \frac{1}{p \cdot (n + p)} + \frac{1}{n \cdot (2n + p)}$$

- Arătați că $A > 1$.
- Demonstrați că $A \cdot B < 1$.

Subiectul 2. Rezolvați, în mulțimea numerelor reale, ecuația

$$3x^2 - 6x + 4 = 6\{x\}([x] - \{x\}),$$

unde prin $[a]$ și $\{a\}$ s-a notat partea întreagă, respectiv partea fracționară a numărului real a .

Subiectul 3. Fie $ABCD$ un pătrat și E un punct în interiorul său, astfel încât triunghiul BEC este echilateral. Fie $\{F\} = AB \cap DE$ și $G \in (BC)$ astfel încât $\triangle DFG$ echilateral. Calculați raportul razelor cercurilor înscrise în triunghiurile $\triangle FIE$ și $\triangle BIG$, unde $FG \cap BE = \{I\}$.

Subiectul 4. Fie punctele necoplanare A, B, C, D și M astfel încât $\triangle ABC$ este un triunghi echilateral, $AO = OM$, $BM = OC$ și $AD \parallel MO$, unde punctul O este situat în interiorul $\triangle ABC$. Știind că $m(\sphericalangle BOC) = 90^\circ$ și $m(\sphericalangle AOC) = 120^\circ$, determinați măsura unghiului dintre dreptele AD și BO .

Timp de lucru: 3 ore.

Fiecare subiect se notează cu puncte de la 0 la 7.

SUCCES!