

Concursul regional „PRIN LABIRINTUL MATEMATICII”

ediția a XVII-a, Baia Mare, 9 noiembrie 2024

CLASA a IX-a

Subiectul 1.

Rezolvați, în mulțimea numerelor reale, ecuația $\{x\}([\{x\} + \{x+1\}]) = [x+1]$, unde $\{a\}$ și $[a]$ reprezintă partea fracționară, respectiv partea întreagă, a numărului real a .

Subiectul 2.

Determinați numerele reale a, b , cu $0 < b \leq a$, astfel încât ecuația $x^2 + ax - 2b = 0$ să admită ambele rădăcini numere întregi.

Subiectul 3.

a) Arătați că $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$, pentru orice numere reale a, b, c .

b) Fie numerele reale strict pozitive $x, y, z > 0$, cu $\sqrt{xy} + \sqrt{yz} + \sqrt{zx} = 1$. Determinați valoarea minimă a expresiei

$$E(x, y, z) = \frac{x^2}{x+y} + \frac{y^2}{y+z} + \frac{z^2}{z+x}.$$

Subiectul 4.

a) Demonstrați că există o infinitate de numere raționale x astfel încât $\sqrt{x+2024}$ și $\sqrt{x+2025}$ să fie numere raționale.

b) Demonstrați că există o infinitate de numere raționale x astfel încât $\sqrt{x+2024}$ și $\sqrt{x+2025}$ să fie numere iraționale.

Timp de lucru: 3 ore.

Fiecare subiect se notează cu puncte de la 0 la 7.

SUCCES!