Concursul regional "PRIN LABIRINTUL MATEMATICII"

ediția a XVII-a, Baia Mare, 9 noiembrie 2024

BAREM DE CORECTARE CLASA A V-A

Subiectul 1. Prin împărțirea unui număr de patru cifre la răsturnatul său, se obține câtul 2 și restul 1977. Aflați numărul știind că diferența dintre cifra miilor și cifra unităților este 5, iar cifra sutelor este cu 4 mai mare decât cifra zecilor.

(*Gazeta Matematică nr.5/2024*)

Soluție: $\overline{abcd} = \overline{dcba} \cdot 2 + 1977$, cu $\overline{dcba} > 1977, a \neq 0, d \neq 0, a = d + 5, b = c + 4$ ....2 p

$1000a + 100b + 10c + d = 2000d + 200c + 20b + 2a + 1977$...1 p

$998a + 80b = 1999d + 190c + 1977$

$998(d + 5) + 80(c + 4) = 1999d + 190c + 1977$ .... 2 p

$998d + 4990 + 80c + 320 = 1999d + 190c + 1977$

$1001d + 110c = 3333 \Rightarrow c = 3, d = 3, a = 8, b = 7 \Rightarrow \overline{abcd} = 8733$...2 p

Subiectul 2. Un joc de calculator funcționează după următorul algoritm: la fiecare pas, se afișează pe ecranul monitorului un careu de forma unui pătrat împărțit în patru pătrățele mai mici, cu un număr natural scris în fiecare din cele patru pătrățele. După primii trei pași ai algoritmului sunt afișate următoarele careuri:

Pasul 1:

1	3
7	5

Pasul 2:

9	11
15	13

Pasul 3:

17	19
23	21

a) Ce careu va fi afișat la pasul 6?
b) Calculați suma celor patru numere situate în careul de la pasul 2024.
c) Există un careu astfel încât suma numerelor situate în el să fie 2024? (justificați răspunsul!)

Soluție: a) În sensul acelor de ceasornic, pornind din colțul din dreapta sus, se citesc în ordine numerele impare.

La pasul 6 va fi afișat careul

41	43
47	45

La pasul n va fi afișat careu

$8(n-1)+1$	$8(n-1)+3$
$8(n-1)+7$	$8(n-1)+5$

....1 p

b) Numerele din fiecare careu cresc cu 8 față de numerele din careul anterior, deci suma lor crește cu 32 ……..…....1 p

În primul careu suma numerelor este 32, în al doilea este $16 + 32 \cdot 1$, în careul k este $16 + 32 \cdot (k - 1)$ ……….......2 p

deci în careul de la pasul 2024 suma este $16 + 32 \cdot 2023 = 64752$ ……………………………………………….......1 p

c) Pentru ca suma numerelor dintr-un careu să fie 2024 trebuie să existe k un număr natural pentru care are loc egalitatea $16 + 32 \cdot (k - 1) = 2024$. Atunci $32(k - 1) = 2008$ și cum 2008 nu se împarte exact la 32,
deducem că suma numerelor dintr-un careu nu poate fi 2024 ……………………………………………........2 p

Subiectul 3. În câte moduri distincte se poate scrie numărul 1000 ca sumă de numere naturale în a căror scriere în baza zece apare numai cifra 4 ? (Două sume care diferă numai prin ordinea termenilor nu se consideră a fi diferite).

Soluție: Fie ***a*** numărul de numere de 4 folosite, ***b*** numărul de numere de 44 folosite și ***c*** numărul de numere de 444 folosite. Avem $4a + 44b + 444c = 1000 \Leftrightarrow a + 11b + 111c = 250$, unde $a, b, c \in \mathbb{N}$…………………………......2 p

$\Rightarrow 111c \leq 250 \Rightarrow c$ poate fi 0,1, sau 2…………………………………………………………………...…1 p

Dacă $c = 0 \Rightarrow a + 11b = 250 \Rightarrow 11b \leq 250 \Rightarrow b \leq 22$, adică avem 23 de soluții……………………………….. .....1 p

Dacă $c = 1 \Rightarrow a + 11b = 139 \Rightarrow 11b \leq 139 \Rightarrow b \leq 12$, adică avem 13 soluții…………………………..……......1 p

Dacă $c = 2 \Rightarrow a + 11b = 28 \Rightarrow 11b \leq 28 \Rightarrow b \leq 2$, adică avem 3 soluții……………………..…………………..... .1 p

Numărul de moduri distincte este $23 + 13 + 3 = 39$………………………………………………………….…...... 1 p

Subiectul 4. Un pătrat cu latura de 5 se împarte în pătrate cu latura de 1 și se numerotează de la 1 la 25. Se calculează sumele numerelor de pe fiecare linie și de pe fiecare coloană. Există o numerotare astfel încât **exact** o sumă să fie număr par ?

Soluție: Notând $L_{1,}\ L_{2,}L_{3,}L_{4,}L_{5,}C_{1,}C_{2,}C_{3,}C_{4,}C_5$ sumele pe linii, respectiv coloane obținem
$L_1 + L_2 + L_3 + L_4 + L_5 + C_1 + C_2 + C_3 + C_4 + C_5 = 2 \times suma\ numerelor = 650 = număr\ par$ …………….....2 p
Suma tuturor sumelor obținute prin adunarea numerelor de pe fiecare linie, respectiv de pe fiecare coloană, conține 10 termeni și este un număr par, ……………………………......2 p
dacă doar un termen (o sumă) este număr par, atunci celialți 9 termeni sunt numere impare, deci suma lor este un număr impar, cee ce constituie o contradicție (650 este par) …………………………………………………………………......2 p
Deci, nu există o numerotare astfel încât **exact** o sumă să fie număr par ……………………………………………....... 1 p

Baia Mare, str. Culturii, nr. 2, cod poştal 430282
Telefon şi fax: 0262211943, mobil secretariat: 0730123630
Cod fiscal 3825932, e-mail: lucaciu@lucaciu.multinet.ro