



CONCURSUL REGIONAL DE MATEMATICĂ
„MAGICIENII NUMERELOR ”

5.04.2025

Clasa a VII-a

NOTĂ: La **subiectul I** fiecare exercițiu are un singur răspuns corect. La **subiectul II** se scrie numai răspunsul fiecărui exercițiu. La **subiectul III** și **subiectul IV** se scrie rezolvarea completă.
Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 2 ore.

SUBIECTUL I (30 p)

(Se scrie pe foaia de concurs doar litera corespunzătoare răspunsului corect.)

- 5 p 1) Inversul numărului $\left(\frac{\sqrt{50}}{2\sqrt{5}} + \frac{3}{\sqrt{10}}\right) \cdot (\sqrt{10})^{-1}$ este
a) 0,8 b) $\frac{5}{4}$ c) 8 d) $\frac{3\sqrt{10}}{2}$
- 5p 2) Cardinalul mulțimii $M \cap \mathbb{Q}$, unde $M = \{-\sqrt{24}; -3; 2\frac{1}{2}; -\sqrt{1,44}; 0, (42); \sqrt{3}; \frac{7}{3}; 2\sqrt{5}; 5\}$ este:
a) 6 b) 0 c) 5 d) 7
- 5p 3) Rezultatul calculului $\sqrt{(2 - \sqrt{5})^2} - \sqrt{(\sqrt{3} + \sqrt{5})^2} + \sqrt{(1 - \sqrt{3})^2}$ este:
a) $1 - 2\sqrt{5}$ b) $3 + 2\sqrt{3}$ c) -3 d) $2\sqrt{3} + 2\sqrt{5}$
- 5p 4) Dacă punctele A, B și C aparțin cercului de centru O și rază r , cu $\sphericalangle BOC = 150^\circ$, atunci măsura unghiului ascuțit $\sphericalangle BAC$ este egală cu:
a) 150° b) 75° c) 50° d) 30°
- 5p 5) Se consideră trapezul $ABCD$, cu $AB \parallel CD$, $AB > CD$, $\sphericalangle BAD = 90^\circ$, $AD = 4 \text{ cm}$ și $AB = 7 \text{ cm}$. Dacă punctul M este mijlocul $[BC]$, atunci aria triunghiului AMC este egală cu:
a) 6 cm^2 b) 7 cm^2 c) 14 cm^2 d) 28 cm^2
- 6) Se consideră triunghiurile echilaterale ABC, BCD, CDE cu interioarele disjuncte. Dacă perimetrul triunghiului BCD este 15 cm , atunci perimetrul figurii geometrice $ABDE$ este:
a) 20 cm b) 45 cm c) 25 cm d) 35 cm

SUBIECTUL II (30 p)

(Se scrie pe foaia de concurs doar numărul exercițiului și rezultatul corespunzător.)

- 3p 1) Care este valoarea pozitivă a lui x , pentru care $x^2 = (1 - \sqrt{2})^2$
- 3p 2) Determina valoarea numărului
$$a = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{2024 \cdot 2025}.$$
- 3p 3) Determinați numerele reale x și y , $x \geq 1$ și $y \geq 2$, pentru care:
$$x + y - 2\sqrt{x-1} - 4\sqrt{y-2} + 2 = 0.$$
- 3p 4) Se știe că $(a+2)^2 + (b-1)^2 = 0$. Calculați $(a+b)^{2025} + b^{2025}$.
- 3p 5) Determinați soluțiile reale ale ecuației $|7 - |2x - 3|| = 6$, unde $|a|$ am notat modulul numărului real a .
- 3p 6) În triunghiul ABC ascuțitunghic, $\sphericalangle B = 15^\circ$, $CE \perp AB$, $E \in AB$ și $EF \perp BC$, $F \in BC$.
Calculați $\frac{EF}{BC}$.
- 3p 7) În interiorul pătratului $ABCD$, se construiește triunghiul echilateral ABE . Dacă $DE \cap BC = \{F\}$ calculați măsura $\sphericalangle BFD$.
- 3p 8) Se consideră triunghiul ABC , M mijlocul lui $[BC]$, N mijlocul lui $[AM]$. Știind că $BN \cap AC = \{T\}$ și $AC = 24 \text{ cm}$, determinați lungimea segmentului AT .
- 3p 9) Fie triunghiul ABC , $AB = 10 \text{ cm}$, $AC = 12 \text{ cm}$ și I centrul cercului înscris în triunghiul ABC . Paralela prin I la BC , intersectează laturile AB și AC în D , respectiv E . Determinați perimetrul triunghiului ADE .
- 3p



- 10) Se consideră triunghiul ABC , $AB = 12\text{ cm}$, $BC = 16\text{ cm}$, $AC = 21\text{ cm}$ și $(BD$ bisectoarea unghiului $\sphericalangle B$, $D \in AC$. Știind că $DE \parallel BC$, $E \in AB$ și $DF \parallel AB$, determinați perimetrul patrulaterului $BEDF$.

SUBIECTUL III (15 p)

(Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă.)

Fie $n \in \mathbb{N}$, cu $n \geq 2$, și numerele naturale:

$$A_n = 1 - \frac{1}{\sqrt{2}(1 + \sqrt{2})} - \frac{1}{\sqrt{6}(\sqrt{2} + \sqrt{3})} - \frac{1}{\sqrt{12}(\sqrt{3} + \sqrt{4})} - \dots - \frac{1}{\sqrt{(n-1)n}(\sqrt{n-1} + \sqrt{n})}$$

$$B_n = 1 + \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \dots + \frac{1}{1+2+3+\dots+n}.$$

4p

4p

4p

3p

- a) Arătați că $B_n = \frac{2n}{n+1}$ oricare ar fi $n \in \mathbb{N} \setminus \{0,1\}$.

- b) Calculați A_{2025} .

- c) Determinați numerele naturale n și p , cu $2 \leq n < p$, pentru care

$$\sqrt{\frac{B_n + B_p}{3}}$$

este un număr natural nenul.

- d) Arătați că $B_n \leq \frac{1}{A_n}$.

SUBIECTUL IV (15 p)

(Se scrie pe foaia de concurs rezolvarea completă.)

4p

4p

4p

3p

Se consideră pătratul $ABCD$ de latură 12 cm , M mijlocul laturii DC , $AC \cap MB = \{P\}$, $MA \cap BD = \{N\}$.

- a) Arătați că aria triunghiului BPC este 24 cm^2 .

- b) Arătați că aria triunghiului MNP este 8 cm^2 .

- c) Știind că $DP \cap BC = \{S\}$ și $DP \cap AB = \{R\}$, determinați valoarea raportului $\frac{PS}{DR}$.

- d) Determinați valoarea raportului $\frac{MT}{TA}$, unde $MA \cap DR = \{T\}$.