Olimpiada Națională de Matematică
etapa locală – Maramureș
7 februarie 2026

Subiect
Clasa a VI - a

Toate subiectele sunt obligatorii. **Se acordă 10 puncte din oficiu.**
Timpul de lucru efectiv este de 3 ore. **Scrieți rezolvările complete.**

Problema 1. **(22,5 puncte)**

Fie M_{11} mulțimea tuturor multiplilor numărului 11 și mulțimile

$$B = \{\overline{xyz} \mid \overline{xyz} + \overline{zx0} + \overline{zyx} + 2 \cdot \overline{zy} \in M_{11}\} \text{ și } A = \{a \mid a = x + y + z,\ \overline{xyz} \in B\}.$$

a) Arătați că $853 \in B$ și $953 \notin B$.

b) Determinați suma tuturor numerelor care sunt elemente ale mulțimii A.

Problema 2. **(22,5 puncte)**

Se consideră unghiurile $\sphericalangle AOB, \sphericalangle BOC, \sphericalangle COD$ și $\sphericalangle DOA$ formate în jurul unui punct. Se ştie că $(OA$ este bisectoarea unghiului $\sphericalangle BOD$, $\frac{\sphericalangle COD}{\sphericalangle AOB} = \frac{7}{3}$ şi $\sphericalangle AOD = 60\%$ din $\sphericalangle BOC$.

a) Determinați măsurile unghiurilor $\sphericalangle AOB, \sphericalangle BOC, \sphericalangle COD$ și $\sphericalangle DOA$.

b) Se construiesc semidreptele $(OM$ şi $(ON$ astfel încât $OM \perp OC$, iar $(ON$ este bisectoarea unghiului $\sphericalangle DOC$. Determinaţi măsura unghiului $\sphericalangle MON$.

Problema 3. **(22,5 puncte)**

Fie p un număr prim astfel încât $A = p(p + 2025)$ este pătrat perfect. Determinați valorile lui p.

Problema 4. **(22,5 puncte)**

Se consideră numerele naturale $x = 5n + 8$; $y = 3n + 5$ și $z = n + 2$, unde $n \in \mathbb{N}$.

a) Arătați că numerele x și y sunt prime între ele;

b) Demonstrați că numărul $\frac{1}{2} \cdot ([x; y] + [y; z])$ este pătrat perfect (*unde* $[a; b]$ *reprezintă cel mai mic multiplu comun al numerelor* a *și* b).