Olimpiada Națională de Matematică
etapa locală – Maramureș
7 februarie 2026

Barem de corectare și notare
Clasa a V - a

Problema 1. **(22,5 puncte)**

a) Se consideră numerele:

$$a=\left\{\left[\left(2^{5^{2^0}}+3^{0^{4^3}}+7^{1^{5^3}}\right):5^{2^{0^3}}\right]:\left(2^{2026}:2^{2023}\right)\right\}^{2026}$$

$$b=(4^3-2026^0):3^{2^{1^4}}-(1^{2026}+4)$$

Calculați $(b-a)^{2026}$

b) Se consideră numărul:

$$n=100\cdot 99-99\cdot 98+98\cdot 97-97\cdot 96+\cdots+4\cdot 3-3\cdot 2+2\cdot 1$$

Arătați că $2n$ este pătrat perfect.

Soluție

a) $a=\{[(2^5+1+7):5]:2^3\}^{2026}$ 3p

$a=(8:8)^{2026}$

$a=1$ 3p

$b=(64-1):9-5.$ 2p

$b=2$ 2,5p

$(b-a)^{2026}=1$ 3p

b) $n=99\cdot(100-98)+97\cdot(98-96)+\cdots+3\cdot(4-2)+2\cdot 1$

$n=2\cdot(99+97+\cdots 3+1)$ 3p

$n=2\cdot\frac{(1+99)\cdot 50}{2}$

$n=100\cdot 50$ 3p

$2n=2\cdot 100\cdot 50=100^2$, deci $2n$ este pătrat perfect 3p

Problema 2. **(22,5 puncte)**

Aflați trei numere naturale, știind că împărțindu-l pe al doilea la al treilea obținem câtul 3 și restul 4, împărțindu-l pe primul la diferența celorlalte două numere obținem câtul 2 și restul 3 și că diferența dintre primul număr și al treilea număr este 44.

Soluție

Fie a,b,c numerele necunoscute

Aplicăm teorema împărțirii cu rest și obținem:

$b=3\cdot c+4$ 3p

$a=(b-c)\cdot 2+3$ 3p

$a-c=44$ 3p

$a=4\cdot c+11$ 3p

Înlocuind în relația $a-c=44\Longrightarrow 3\cdot c=33$ 3p

Obținem: $c=11$ 2,5p

$a=55$ 2,5p

$b=37$ 2,5p

Observație: orice altă rezolvare (prin metoda aritmetică) corectă se punctează corespunzător.

Problema 3. **(22,5 puncte)**

Aflați toate numerele de forma $\overline{abcd}$, care verifică simultan condițiile:

$$d = a(a+1) = c(c+1)$$
$$a = b + c$$
$$c \cdot d = (a+1)(a+2).$$

Suplimentul Gazetei Matematice 11/2025

Soluție

Cifra d poate fi scrisă ca produs de cifre consecutive în două moduri:

I: $d = 2 = 1 \cdot 2$ 2,5p

Atunci $a = 1$ și $c = 1$ 2,5p

$1 = b + 1 \Longrightarrow b = 0$ 2,5p

$1 \cdot 2 = (1+1) \cdot (1+2) \Longrightarrow 2 = 6 \Longrightarrow$ nu convine 2,5p

II: $d = 6 = 2 \cdot 3$ 2,5p

Atunci $a = 2$ și $c = 2$ 2,5p

$2 = 2 + b \Longrightarrow b = 0$ 2,5p

$2 \cdot 6 = (2+1) \cdot (2+2) \Longrightarrow 12 = 12$ adevărat 2,5p

$\overline{abcd} = 2026$ 2,5p

Problema 4. **(22,5 puncte)**

Pe un panou, în această ordine și urmând același model, sunt afișate 1521 de numere, astfel

1, 2, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, ... , 2021, 2022, 2024, 2025, 2026, 2028.

a) Arătați că suma tuturor numerelor afișate se împarte exact la 507.

b) Determinați numărul care se află pe poziția din mijloc a înșiruirii numerelor afișate pe panou.

Soluție

a) Secvența conține numere de forma $4k$, $4k+1$, $4k+2$, cu $0 \leq k \leq 506$ și numărul 2028 .... 3p

Numerele care lipsesc sunt de forma $4k+3$, cu $0 \leq k \leq 506$ 3p

Dacă S este suma tuturor numerelor din secvența considerată, atunci

$$S = \frac{2028 \cdot 2029}{2} - (3 + 7 + 11 + \cdots + 2027) = 507 \cdot 3043$$

.... 6p

Deci, suma S se împarte exact la 507 .... 1,5p

b) Secvența conține $2028 - 507 = 1521$ numere,

deci la mijloc se găsește cele de al 761-lea număr 3p

Dacă formăm grupe de câte trei numere $(1, 2, 4)$; $(5,6,8)$; ... ,

atunci cel de al de al 761-lea număr este al doilea număr din grupa a 254-a, $3 \cdot 253 + 2 = 761$ 3p

deci $4 \cdot 253 + 2 = 1014$ termenul care se află pe poziția din mijloc a secvenței considerate 3p

Se acordă 10 puncte din oficiu.