Baia Mare, str. Progresului, nr. 45, cod poştal 430291
Telefon: 004.0262.224.289, Fax 004.0262.250.222
Email: colegiul_titulescu@yahoo.com,
Web: www.colegiultitulescu.ro
Blog: http://www.imaginecent.blogspot.com

Concursul Interjudețean de Matematică Aplicată în Economie „ECOMAT”
Ediția a XII-a, **18 aprilie 2026**, Baia Mare
SUBIECT clasa a IX-a

Subiectul I.

Fie a, b, c numere reale nenule, cu $a \neq b$ și x_1, x_2 rădăcinile reale ale ecuației $x^2 + ax + bc = 0$, iar x_2, x_3 rădăcinile reale ale ecuației $x^2 + bx + ac = 0$. Arătați că $a + b + c = 0$ și x_1, x_3 sunt rădăcinile ecuației $x^2 + cx + ab = 0$.

prof. Șuba Ileana, Colegiul Economic „Gheorghe Dragoș” Satu Mare

Subiectul II.

Într-un amfiteatru, în primul rând sunt 40 de locuri, apoi, în fiecare rând care urmează, sunt cu două locuri mai multe decât în rândul precedent.

a) Câte locuri sunt în total în primele 10 rânduri?

b) Dacă știm că locul cu numărul 2026 se găsește pe ultimul rând din amfiteatru, și toate locurile au fost ocupate cu ocazia unui spectacol, calculați prețul unui bilet dacă suma totală obținută a fost de 310500 lei și toate biletele s-au vândut la același preț.

prof. Pap-Czier Iosif-Levente, Liceul Tehnologic „Iuliu Maniu” Carei

Subiectul III.

Fie ΔABC un triunghi dreptunghic în A și punctele M, N și P astfel încât patrulaterul $ANMP$ este un romb, cu $\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{MB}$, $2\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{NB}$ și $\overrightarrow{CP} + \overrightarrow{NP} = \vec{0}$.

a) Arătați că $\sin x = \cos y$, unde $x = m(\sphericalangle NAP)$ și $y = m(\sphericalangle PAC)$.

b) Arătați că $2 \cdot \left|\overrightarrow{AC}\right| = \left|\overrightarrow{BC}\right|$.

prof. Pop Adela Terezia, Colegiul Economic „Nicolae Titulescu” Baia Mare

Subiectul IV.

Într-un atelier de țesătorie, pentru confecționarea unui covor sunt necesare 2 unități de capital și 3 unități de muncă, iar manufacturarea se face după o tehnologie care folosește capitalul și munca în proporție fixă, descrisă de funcția producție de tip Leontief

$$C = \min\left\{\frac{K}{n}, \frac{L}{m}\right\}$$

unde K reprezintă capitalul, L reprezintă munca, iar pentru confecționarea unui covor sunt necesare n unități de capital și m unități de muncă.

a) Determinați producția atelierului, știind că firma dispune de 52 unități de capital și 80 unități de muncă.

b) Fie numerele a și b, cu $3a - 2b + 1 = 0$. Pentru orice număr real x, capitalul și munca firmei sunt date de $K(x) = 1351x + a$, respectiv $L(x) = 2026x + b$. Determinați valoarea numărului real x pentru care firma utilizează tot capitalul și toată munca pentru realizarea producției.

c) Arătați că

$$C = \min\left\{\frac{K}{n}, \frac{L}{m}\right\} \Leftrightarrow mK + nL = 2mnC + |mK - nL|$$

oricare ar fi numerele reale C, K, L și numerele naturale nenule n și m.

conf. univ. dr. Horvat-Marc Andrei, UTCN-CUNBM

Timp de lucru 3 ore.
Toate subiectele sunt obligatorii.
Fiecare subiect este notat cu punctaj de la 0 la 7

Baia Mare, str. Progresului, nr. 45, cod poştal 430291
Telefon: 004.0262.224.289, Fax 004.0262.250.222
Email: colegiul_titulescu@yahoo.com,
Web: www.colegiultitulescu.ro
Blog: http://www.imaginecent.blogspot.com

Concursul Interjudețean de Matematică Aplicată în Economie „ECOMAT”
Ediția a XII-a, **18 aprilie 2026**, Baia Mare
SUBIECT clasa a IX-a
Barem de corectare

Subiectul I.

Fie a, b, c numere reale nenule, cu $a \neq b$ și x_1, x_2 rădăcinile reale ale ecuației $x^2 + ax + bc = 0$, iar x_2, x_3 rădăcinile reale ale ecuației $x^2 + bx + ac = 0$. Arătați că $a + b + c = 0$ și x_1, x_3 sunt rădăcinile ecuației $x^2 + cx + ab = 0$.

prof. Șuba Ileana, Colegiul Economic „Gheorghe Dragoș” Satu Mare

Barem

Dacă x_2 este rădăcina comună a ecuațiilor $x^2 + ax + bc = 0$ și $x^2 + bx + ca = 0$, atunci
$$x_2(a - b) + c(b - a) = 0$$
$$(a - b)(x_2 - c) = 0,$$
cum $a \neq b$, se obține $x_2 = c$ **2 pct**

Prin înlocuire în oricare din primele două ecuații, se obține
$$c(a + b + c) = 0,$$
cum $c \neq 0$, rezultă $a + b + c = 0$. **1 pct**

Din $x_1x_2 = bc$ și $x_2 = c$, se obține $x_1 = b$ **1 pct**

Din $x_2x_3 = ca$ și $x_2 = c$, se obține $x_3 = a$ **1 pct**

Dacă $x_1 + x_3 = a + b = -c$ și $x_1 \cdot x_3 = ab$, atunci ecuația care are rădăcinile x_1 și x_3 este
$$x^2 + cx + ab = 0.$$ **2 pct**

Subiectul II.

Într-un amfiteatru, în primul rând sunt 40 de locuri, apoi, în fiecare rând care urmează, sunt cu două locuri mai multe decât în rândul precedent.
a) Câte locuri sunt în total în primele 10 rânduri?
b) Dacă știm că locul cu numărul 2026 se găsește pe ultimul rând din amfiteatru, și toate locurile au fost ocupate cu ocazia unui spectacol, calculați prețul unui bilet dacă suma totală obținută a fost de 310500 lei și toate biletele s-au vândut la același preț.

prof. Pap-Czier Iosif-Levente, Liceul Tehnologic „Iuliu Maniu” Carei

Barem

a) Numărul de locuri al fiecărui rând sunt termenii progresiei aritmetice determinate de primul termen $a_1 = 40$ și rația $r = 2$. **1 pct**

În primele zece rânduri sunt
$$S_{10} = \frac{a_1 + a_{10}}{2} \cdot 10 = \frac{(2a_1 + 9r) \cdot 10}{2} = 490$$ **2 pct**

b) Pe primele n rânduri numărul locurilor este dat de
$$S_n = \frac{(2a_1 + (n-1)r) \cdot n}{2} = (39 + n) \cdot n, \qquad n \geq 1$$
Dacă pe ultimul rând se află locul 2026, atunci $S_{n-1} < 2026 \leq S_n$, deci
$$(38 + n)(n - 1) < 2026 \leq n(39 + n)$$
ceea ce implică

Timp de lucru 3 ore.
Toate subiectele sunt obligatorii.
Fiecare subiect este notat cu punctaj de la 0 la 7

Baia Mare, str. Progresului, nr. 45, cod poştal 430291
Telefon: 004.0262.224.289, Fax 004.0262.250.222
Email: colegiul_titulescu@yahoo.com,
Web: www.colegiultitulescu.ro
Blog: http://www.imaginecent.blogspot.com

$$\begin{cases} n^2 + 37n - 2064 < 0 \\ n^2 + 39n - 2026 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n \in \left(\frac{-37 - 5\sqrt{385}}{2}, \frac{-37 + 5\sqrt{385}}{2}\right) \\ n \in \mathbb{R} \setminus \left(\frac{-39 - 5\sqrt{385}}{2}, \frac{-39 + 5\sqrt{385}}{2}\right) \end{cases}$$

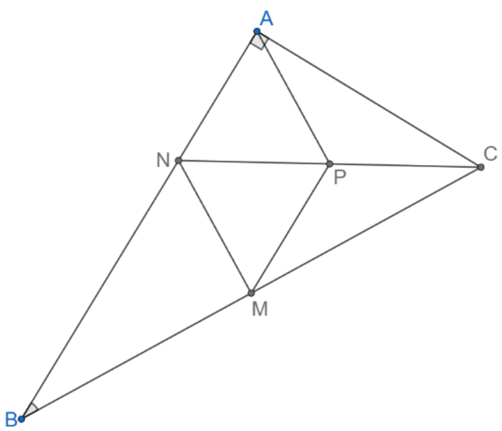
Cum $n \in \mathbb{N}$, rezultă $n = 30$. **2 pct**
Amfiteatrul conține 30 de rânduri, deci are capacitatea maximă de $S_{30} = 2070$ de locuri **1 pct**
Prețul unui bilet este $310500 : 2070 = 150$ lei **1 pct**

Subiectul III.

Fie ΔABC un triunghi dreptunghic în A și punctele M, N și P astfel încât patrulaterul $ANMP$ este un romb, cu $\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{MB}$, $2\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{NB}$ și $\overrightarrow{CP} + \overrightarrow{NP} = \vec{0}$.
a) Arătați că $\sin x = \cos y$, unde $x = m(\sphericalangle NAP)$ și $y = m(\sphericalangle PAC)$.
b) Arătați că $2 \cdot |\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{BC}|$.

prof. Pop Adela Terezia, Colegiul Economic „Nicolae Titulescu” Baia Mare

Barem



a) Din $x + y = \frac{\pi}{2}$, rezultă **1 pct**

$$\sin x = \sin\left(\frac{\pi}{2} - y\right) = \cos y$$ **1 pct**

b) Din $\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{MB}$ rezultă
M este mijlocul segmentului BC
Din $2\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{NB}$, rezultă că $N \in AB$, cu

$$2AN = NB.$$

Din $\overrightarrow{CP} + \overrightarrow{NP} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{NP} = \overrightarrow{PC}$, rezultă
P este mijlocul segmentului CN.

Din ANC triunghi dreptunghic, cu $\sphericalangle A = 90°$, și P mijlocul segmentului CN, rezultă

$$AP = NP$$

Cum $ANMP$ este romb, avem $NA = AP$, deci

$$NA = AP = NP$$

ceea ce implică ANP triunghi echilateral, cu $m(\sphericalangle NAP) = 60°$. **2 pct**
Cum PAC este triunghi isoscel, cu $AP = PC$, rezultă $m(\sphericalangle PCA) = 30°$
În ΔANC avem $\sphericalangle A = 90°$, $\sphericalangle C = 30°$, deci $2AN = NC$
Cum $2AN = NC = NB$, rezultă că NBC este triunghi isoscel, cu $BN = NC$. Cum M este mijlocul segmentului BC, deducem $m(\sphericalangle NMB) = 90°$
Din $ANMP$ este romb, rezultă $AP \parallel NM$, deci $m(\sphericalangle MNB)m(\sphericalangle PAN) = 60°$, ceea ce implică $m(\sphericalangle ABC) = 30°$ **2 pct**
În ΔABC avem $\sphericalangle A = 90°$, $\sphericalangle B = 30°$, deci $2 \cdot |\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{BC}|$. **1 pct**

Timp de lucru 3 ore.
Toate subiectele sunt obligatorii.
Fiecare subiect este notat cu punctaj de la 0 la 7

Baia Mare, str. Progresului, nr. 45, cod poştal 430291
Telefon: 004.0262.224.289, Fax 004.0262.250.222
Email: colegiul_titulescu@yahoo.com,
Web: www.colegiultitulescu.ro
Blog: http://www.imaginecent.blogspot.com

Subiectul IV.

Într-un atelier de țesătorie, pentru confecționarea unui covor sunt necesare 2 unități de capital și 3 unități de muncă, iar manufacturarea se face după o tehnologie care folosește capitalul și munca în proporție fixă, descrisă de funcția producție de tip Leontief

$$C = \min\left\{\frac{K}{n}, \frac{L}{m}\right\}$$

unde K reprezintă capitalul, L reprezintă munca, iar pentru confecționarea unui covor sunt necesare n unități de capital și m unități de muncă.

a) Determinați producția atelierului, știind că firma dispune de 52 unități de capital și 80 unități de muncă.

b) Fie numerele a și b, cu $3a - 2b + 1 = 0$. Pentru orice număr real x, capitulul și munca firmei sunt date de $K(x) = 1351x + a$, respectiv $L(x) = 2026x + b$. Determinați valoarea numărului real x pentru care firma utilizează tot capitalul și toată munca pentru realizarea producției.

c) Arătați că

$$C = \min\left\{\frac{K}{n}, \frac{L}{m}\right\} \Leftrightarrow mK + nL = 2mnC + |mK - nL|$$

oricare ar fi numerele reale C, K, L și numerele naturale nenule n și m.

conf. univ. dr. Horvat-Marc Andrei, UTCN-CUNBM

Barem

a) Pentru $K = 52$, $L = 80$, $n = 2$ și $m = 3$ se obține

$$C = \min\left\{\frac{52}{2}, \frac{80}{3}\right\} = \min\left\{\frac{156}{6}, \frac{160}{6}\right\} = 26.$$

2 pct

b) Dacă firma utilizează tot capitalul și toată munca pentru realizarea producției, atunci $\frac{K}{n} = \frac{L}{m}$, ceea ce revine la

$$\frac{1351x + a}{2} = \frac{2026x + b}{3} \Leftrightarrow x = 2b - 3a = 1$$

2 pct

c) Cum $\min\{x, y\} = \frac{x+y-|x-y|}{2}$ oricare ar fi $x, y \in \mathbb{R}$, prin înlocuirea $x = \frac{K}{n}$ și $y = \frac{L}{m}$ se obține

$$\min\left\{\frac{K}{n}, \frac{L}{m}\right\} = \frac{\frac{K}{n} + \frac{L}{m} - \left|\frac{K}{n} - \frac{L}{m}\right|}{2} = \frac{\frac{Km + Ln}{mn} - \left|\frac{Km - Ln}{mn}\right|}{2}$$

Cum m și n sunt numere naturale nenule, deci $|mn| = mn$, se obține ,

$$C = \frac{Km + Ln - |Km - Ln|}{2mn} \Leftrightarrow 2mnC + |Km - Ln| = Km + Ln.$$

3 pct

Timp de lucru 3 ore.

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect este notat cu punctaj de la $0\ la\ 7$