



## Concursul Interjudețean de Matematică Aplicată în Economie „ECOMAT”

Ediția a XII-a, 18 aprilie 2026, Baia Mare

### SUBIECT clasa a X-a

#### Subiectul I.

Arătați că  $N = \frac{1}{31} \left( \log_7 \frac{1}{7} + \log_7 \left( \frac{1}{7^4} \right) + \log_7 \left( \frac{1}{7^9} \right) + \log_7 \left( \frac{1}{7^{16}} \right) + \dots + \log_7 \left( \frac{1}{7^{225}} \right) \right)$  este număr întreg.

*prof. Podină Crina Camelia, Liceul Teoretic „Emil Racoviță” Baia Mare*

#### Subiectul II.

a) Arătați că pentru orice numere reale  $a, b, c \in \mathbb{R}$  are loc egalitatea

$$(a + b + c)^3 = a^3 + b^3 + c^3 + 3(a + b)(a + c)(b + c).$$

b) Rezolvați în  $\mathbb{R}$  ecuația  $\sqrt[3]{7x + 1} + \sqrt[3]{8 + x - x^2} + \sqrt[3]{x^2 - 8x - 1} = 2$ .

*prof. Zlămpareț Mihaela Rodica, Colegiul Economic „Nicolae Titulescu”, Baia Mare*

#### Subiectul III.

Fie  $n$  un număr natural nenul.

a) Rezolvați în mulțimea numerelor complexe ecuația

$$\bar{z} + n \cdot \bar{z} - i = n \cdot z + 1.$$

b) Rezolvați în mulțimea numerelor complexe ecuația

$$\bar{z} + n \cdot \bar{z} \cdot i - i = n \cdot z \cdot i + 1.$$

*prof. Borșa Raul Bogdan, Colegiul Economic „Nicolae Titulescu” Baia Mare*

#### Subiectul IV.

O firmă de IT lansează o platformă educațională care înregistrează, în prima lună, 1200 de abonați. În fiecare lună, numărul de abonați este cu 300 mai mare decât în luna precedentă. Pentru fiecare abonat, dintre cei care s-au abonat în primele 3 luni, firma obține un profit net de 50 lei/lună, iar pentru cei care s-au înregistrat începând cu a patra lună, se obține un profit net de 60 lei/lună. Cheltuielile lunare fixe, cu întreținerea platformei, sunt de 90000 lei/lună. Se notează cu  $P(n)$  profitul net obținut de firmă în luna  $n$ , unde  $n \in \mathbb{N}^*$ .

a) Determinați  $P(3)$ .

b) Arătați că

$$P(n) = \begin{cases} 15 \cdot (n - 3) \cdot 10^3, & n \in \{1, 2, 3\} \\ 18 \cdot (n - 3) \cdot 10^3, & n \geq 4 \end{cases}$$

c) După cea de a cincea lună de activitate, după amortizarea pierderilor din lunile de lansare, fiecare profit lunar este investit, cu o dobândă (capitalizată) lunară de 0.5%. Determinați suma totală a tuturor profiturilor pe care le obține firma după opt luni de activitate.

*prof. Melania Dobrican, Liceul Teoretic „Pintea Viteazul” Cavnic*

Timp de lucru 3 ore.

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect este notat cu punctaj de la 0 la 7



## Concursul Interjudețean de Matematică Aplicată în Economie „ECOMAT”

Ediția a XII-a, 18 aprilie 2026, Baia Mare

**SUBIECT clasa a X-a**

**Barem de corectare**

### Subiectul I.

Arătați că  $N = \frac{1}{31} \left( \log_7 \frac{1}{7} + \log_7 \left( \frac{1}{7^4} \right) + \log_7 \left( \frac{1}{7^9} \right) + \log_7 \left( \frac{1}{7^{16}} \right) + \dots + \log_7 \left( \frac{1}{7^{225}} \right) \right)$  este număr întreg.

*prof. Podină Crina Camelia, Liceul Teoretic „Emil Racoviță” Baia Mare*

### Rezolvare

Pentru orice  $n \in \mathbb{N}$  au loc egalitățile  $\log_7 \left( \frac{1}{7^n} \right) = -\log_7(7^n) = -n$  **2 pct**

$$N = -\frac{1}{31} (1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 15^2) \quad \mathbf{2 \text{ pct}}$$

$$N = -\frac{1}{31} \cdot \frac{15 \cdot 16 \cdot 31}{6} \quad \mathbf{2 \text{ pct}}$$

$$N = -40 \in \mathbb{Z} \quad \mathbf{1 \text{ pct}}$$

### Subiectul II.

a) Arătați că pentru orice numere reale  $a, b, c \in \mathbb{R}$  are loc egalitatea

$$(a + b + c)^3 = a^3 + b^3 + c^3 + 3(a + b)(a + c)(b + c).$$

b) Rezolvați în  $\mathbb{R}$  ecuația  $\sqrt[3]{7x + 1} + \sqrt[3]{8 + x - x^2} + \sqrt[3]{x^2 - 8x - 1} = 2$ .

*prof. Zlampareț Mihaela Rodica, Colegiul Economic „Nicolae Titulescu”, Baia Mare*

### Rezolvare

a) Calcul **3 pct**

b) Cu notațiile  $a = \sqrt[3]{7x + 1}$ ,  $b = \sqrt[3]{-x^2 + x + 8}$ ,  $c = \sqrt[3]{x^2 - 8x - 1}$  se obține

$$a^3 + b^3 + c^3 = 8 = 2^3 = (a + b + c)^3 \quad \mathbf{1 \text{ pct}}$$

Folosind a) rezultă

$$3(a + b)(a + c)(b + c) = 0 \quad \mathbf{1 \text{ pct}}$$

Din  $a + b = 0$  se obține  $x \in \{1, 9\}$

Din  $b + c = 0$  se obține  $x \in \{1\}$

Din  $c + a = 0$  se obține  $x \in \{0, -1, \}$

Deci  $x \in \{-1, 0, 1, 9\}$  **2 pct**

### Subiectul III.

Fie  $n$  un număr natural nenul.

a) Rezolvați în mulțimea numerelor complexe ecuația  $\overline{z + n \cdot \bar{z}} - i = n \cdot z + 1$ .

b) Rezolvați în mulțimea numerelor complexe ecuația  $\overline{z + n \cdot \bar{z} \cdot i} - i = n \cdot z \cdot i + 1$ .

*prof. Borșa Raul Bogdan, Colegiul Economic „Nicolae Titulescu” Baia Mare*

### Rezolvare

a) Cum  $\overline{z + n \cdot \bar{z}} = \bar{z} + nz$ , ecuația revine la  $\bar{z} + nz = nz + 1 + i$ , deci

$$z = 1 - i \quad \mathbf{3 \text{ pct}}$$

b) Cum  $\overline{z + n \cdot \bar{z} \cdot i} = \bar{z} - nzi$ , ecuația revine la  $\bar{z} - nzi = nzi + 1 + i$

Dacă  $z = a + bi$ , cu  $a, b \in \mathbb{R}$ , atunci se obține **2 pct**

Timpu de lucru 3 ore.

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect este notat cu punctaj de la 0 la 7



$$\begin{cases} a + bn = 1 - nb \\ -an - b = 1 + na \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{1 - 2n} \\ b = \frac{1}{2n - 1} \end{cases}$$

În concluzie,

$$z = \frac{-1 + i}{2n - 1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$$

**1 pct**

#### Subiectul IV.

O firmă de IT lansează o platformă educațională care înregistrează, în prima lună, 1200 de abonați. În fiecare lună, numărul de abonați este cu 300 mai mare decât în luna precedentă. Pentru fiecare abonat, dintre cei care s-au abonat în primele 3 luni, firma obține un profit net de 50 lei/lună, iar pentru cei care s-au înregistrat începând cu a patra lună, se obține un profit net de 60 lei/lună. Cheltuielile lunare fixe, cu întreținerea platformei, sunt de 90000 lei/lună. Se notează cu  $P(n)$  profitul net obținut de firmă în luna  $n$ , unde  $n \in \mathbb{N}^*$ .

a) Determinați  $P(3)$ .

b) Arătați că

$$P(n) = \begin{cases} 15 \cdot (n - 3) \cdot 10^3, & n \in \{1, 2, 3\} \\ 18 \cdot (n - 3) \cdot 10^3, & n \geq 4 \end{cases}$$

c) După cea de a cincea lună de activitate, după amortizarea pierderilor din lunile de lansare, fiecare profit lunar este investit, cu o dobândă (capitalizată) lunară de 0.5%. Determinați suma totală a tuturor profiturilor pe care le obține firma după opt luni de activitate.

*prof. Melania Dobrican, Liceul Teoretic „Pintea Viteazul” Cavnic*

#### Rezolvare

a) În prima lună, profitul firmei este:  $P(1) = 1200 \cdot 50 - 90000 = -30000$  lei

În a doua lună, profitul firmei este:  $P(2) = 1500 \cdot 50 - 90000 = -15000$  lei

În a treia lună, profitul firmei este:  $P(3) = 1800 \cdot 50 - 90000 = 0$  lei

**3 pct**

b) Dacă  $a_n$  reprezintă numărul de abonați din luna  $n$ , atunci  $a_n = 3(n + 3) \cdot 10^2$

**0,5 pct**

Pentru primele trei luni, profitul este dat de

$$P(n) = a_n \cdot 50 - 90000 = 15(n - 3) \cdot 10^3$$

**0,5 pct**

După cea de a treia lună, profitul este dat de

$$P(n) = a_n \cdot 60 - a_3 \cdot 10 - 90000 = 18(n - 3) \cdot 10^3$$

**0,5 pct**

Deci

$$P(n) = \begin{cases} 15 \cdot (n - 3) \cdot 10^3, & n \in \{1, 2, 3\} \\ 18 \cdot (n - 3) \cdot 10^3, & n \geq 4 \end{cases}$$

**0,5 pct**

c) După amortizarea pierderilor din lunile de lansare, suma este

$$P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) = 9000 \text{ lei}$$

**1 pct**

După trei luni de investiție cumulată se obține suma

$$S = 9 \cdot 10^3 \cdot \left(1 + \frac{1}{200}\right)^3 + P(6) \cdot \left(1 + \frac{1}{200}\right)^2 + P(7) \cdot \left(1 + \frac{1}{200}\right) + P(8)$$
$$S = \frac{1808296209}{8 \cdot 10^3} \approx 226037,026$$

**1 pct**

Timp de lucru 3 ore.

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect este notat cu punctaj de la 0 la 7