

Concursul regional „PRIN LABIRINTUL MATEMATICII”

ediția a XVIII-a, Baia Mare, 22 noiembrie 2025

CLASA a VII-a

Subiectul 1. Aflați numerele naturale de forma $\overline{ab}$ știind că $\frac{\overline{ab} + 4b}{a + 2b} \in \mathbb{N}$ și $\frac{\overline{ba} + 4a}{2a + b} \in \mathbb{N}$.

Subiectul 2. Fie numerele naturale p, q, r mai mari ca 2. Arătați că printre numerele $\sqrt{\frac{p \cdot q - 2}{3}}$, $\sqrt{\frac{q \cdot r - 2}{3}}$ și $\sqrt{\frac{r \cdot p - 2}{3}}$ se află cel puțin unul irațional.

Subiectul 3. Fie mulțimea de numere reale $A = \{1 + 4\sqrt{2}; 2 + 4\sqrt{2}; 3 + 4\sqrt{2}; \dots; 10 + 4\sqrt{2}\}$. Arătați că există o partiție a mulțimii A în două submulțimi B și C ($B \cup C = A$ și $B \cap C = \emptyset$) astfel încât B să aibă opt elemente, C să aibă două elemente, iar raportul dintre media aritmetică a elementelor mulțimii B și produsul elementelor mulțimii C să fie $\frac{1}{8}$.

Gazeta Matematică 6-7-8/2025

Subiectul 4. În patrulaterul convex $ABCD$ punctele M, N, P , respectiv Q sunt mijloacele laturilor AB, BC, CD respectiv DA .

- a) Arătați că $MP \leq \frac{AD + BC}{2}$. Când are loc egalitatea?
- b) Dacă $MP = QN = \frac{AB + BC + CD + DA}{4}$, arătați că $ABCD$ este romb.

Timp de lucru: 3 ore.**Fiecare subiect se notează cu puncte de la 0 la 7.****SUCCES!**