

Concursul regional „PRIN LABIRINTUL MATEMATICII”

ediția a XVIII-a, Baia Mare, 22 noiembrie 2025

CLASA a IX-a

Subiectul 1. Determinați numerele reale x, y, z, t care verifică ecuația $x^2 + y^2 + z^2 + 1 = t + \sqrt{x + y + z - t}$.

Subiectul 2. a) Demonstrați că $\left| \frac{90x}{x^2 + 2025} \right| \leq 1, \forall x \in \mathbb{R}$.

b) Rezolvați, în $\mathbb{R}$, ecuația $\left[\frac{90x}{x^2 + 2025} \right] = \left[\frac{x}{50} \right]$, unde $[a]$ reprezintă partea întreagă a numărului real a .

Supliment Gazeta Matematică 2/2025

Subiectul 3. a) Arătați că $x^3 + y^3 \geq x^2y + xy^2, \forall x, y > 0$.

b) Fie $a, b, c > 0$ cu $a + b + c = 1$. Arătați că $\frac{a^3}{a^2 + 2bc} + \frac{b^3}{b^2 + 2ca} + \frac{c^3}{c^2 + 2ab} \geq \frac{1}{3}$.

Subiectul 4. Fie triunghiul ABC și punctele A', B', C' astfel încât $\overrightarrow{BA'} = x \cdot \overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CB'} = x \cdot \overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{AC'} = x \cdot \overrightarrow{AB}$, cu $x \in (0, 1)$. Dreapta care trece prin A' și este paralelă cu $B'C'$ intersectează AB și AC în P , respectiv Q . Arătați că $PQ \geq 2 \cdot B'C'$.

Timp de lucru: 3 ore.

Fiecare subiect se notează cu puncte de la 0 la 7.

SUCCES!