

Concursul regional „PRIN LABIRINTUL MATEMATICII”
ediția a XVIII-a, Baia Mare, 22 noiembrie 2025
CLASA a XI-a

Subiectul 1.

- a) Determinați $B \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ astfel încât $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} \cdot B = I_2$.
- b) Rezolvați în $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ecuația matriceală $X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$.

Subiectul 2. Fie α o rădăcină complexă, nereală, de ordinul 3 a unității. Considerăm matricele $A, B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{C})$, unde $A^{103} = I_n$ și $B = A^2 + \alpha \cdot A + \alpha^2 \cdot I_n$.

- a) Arătați că $(A - \alpha \cdot I_n) \cdot (A^{100} \cdot B + A^{97} \cdot B + A^{94} \cdot B + \dots + A \cdot B + I_n) = (1 - \alpha) \cdot I_n$.
- b) Demonstrați că există o matrice $X \in \mathcal{M}_n(\mathbb{C})$ astfel încât $(A^2 + A + I_n) \cdot X = I_n$.

Supliment Gazeta Matematică (enunț modificat)

Subiectul 3.

Fie $(x_n)_{n \geq 1}$ un șir de numere reale, unde $x_1 \in \mathbb{R}$ și $x_{n+1} = \sqrt{6 - x_n - x_n^2}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$.

- a) Arătați că $x_n \in [-3, 2]$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$;
- b) Determinați termenul general al șirului $(x_n)_{n \geq 1}$.

Subiectul 4.

Fie $(a_n)_{n \geq 1}$ un șir de numere naturale nenule distincte. Arătați că șirul $(x_n)_{n \geq 1}$, definit prin $x_n = \cos \frac{1}{a_1} + \cos \frac{1}{a_2} + \dots + \cos \frac{1}{a_n} - n$ este convergent și $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n \in (-1, 0)$.

Timp de lucru: 3 ore.

Fiecare subiect se notează cu puncte de la 0 la 7.

SUCCES!