Concursul Interjudețean de Matematică „PRIN LABIRINTUL MATEMATICII”

Ediția a XIX-a, Baia Mare, 14 noiembrie 2026

CLASA a VIII-a

Subiectul 1. Determinați perechile de numere reale (x, y), cu $x+2y\neq 0$, pentru care

$$\begin{cases} 4x+\dfrac{2x-2\cdot(3-2y)+7}{x+2y}=3-2y \\ 4y+\dfrac{32y-2\cdot(13-8x)+27}{2(x+2y)}=13-8x \end{cases}.$$

Subiectul 2. Demonstrați că dacă patru drepte paralele determină, pe un plan dat, vârfurile unui paralelogram, atunci ele determină vârfurile unui paralelogram, pe orice plan care le intersectează.

Subiectul 3. Se consideră ecuația $\left[2\{x+y\}\right]=2\{x\}+2\{y\}$, cu $x, y\in\mathbb{R}\setminus\mathbb{Z}$.

a) Dați un exemplu de soluție (x, y) a ecuației, cu $x\neq y$.

b) Demonstrați că dacă perechea (x, y) este o soluție a ecuației, atunci $\max\{\{x\},\{y\},\{x+y\}\}=\dfrac{1}{2}$.

c) Dacă perechile (x_1, y_1), $(x_2, y_2),\ldots,(x_{2026}, y_{2026})$ sunt soluții ale ecuației, atunci demonstrați că:

$$x_1+x_2+\ldots+x_{2026}+y_1+y_2+\ldots+y_{2026}\in\mathbb{Z}.$$

(Notațiile $[a]$ și $\{a\}$ reprezintă partea întreagă, respectiv partea fracționară a numărului real a.)

Subiectul 4. Fie cubul $ABCDA'B'C'D'$ cu $AB=12$ cm. Alegem punctele E, F, G pe muchiile BB', CC', respectiv DD', astfel încât $BE=3$ cm și $CF=DG=6$ cm. Notăm $EF\cap BC=\{M\}$, $A'F\cap AC=\{N\}$, $A'G\cap AD=\{P\}$, $EG\cap BD=\{Q\}$ și $MN\cap PQ=\{X\}$.

a) Demonstrați că $X\in AB$.

b) Determinați măsura unghiului CMQ.

c) Determinați valoarea raportului $\dfrac{XM}{XN}$.

Timp de lucru: 3 ore.

Fiecare subiect se notează cu puncte de la 1 la 10.

SUCCES!

Baia Mare, str. Culturii, nr. 2, cod poștal 430282
Telefon și fax: 0262211943, mobil secretariat: 0730123630
Cod fiscal 3825932, e-mail: lucaciu@lucaciu.multinet.ro

Proiect realizat cu sprijinul financiar al Consiliului Județean Maramureș