Concursul Interjudețean de Matematică „PRIN LABIRINTUL MATEMATICII”

Ediția a XIX-a, Baia Mare, 14 noiembrie 2026

CLASA a X-a

Subiectul 1. Fie funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=1+\sqrt[3]{13x-1}$

a) Arătați că funcția f este bijectivă și determinați funcția inversă .

b) Determinați punctele de intersecție ale graficelor funcțiilor f și f^{-1}.

Subiectul 2. Determinați funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ cu proprietatea $f\left(f\left(x\right)+3y\right)=12x+f(f\left(y\right)-x)$, pentru orice numere reale x și y.

Subiectul 3.

a) Demonstrați că, pentru orice $x,y,z\in\left[0,\infty\right)$ și orice m număr natural nenul, are loc inegalitatea

$$x^{2^m}+y^{2^m}+z^{2^m}\geq\frac{\left(x^2+y^2+z^2\right)^{2^{m-1}}}{3^{2^{m-1}-1}}.$$

b) Fie $a,b,c\in\mathbb{C}$, cu $|a|=|b|=|c|=1$. Notăm $S_n=|a+b|^n+|b+c|^n+|c+a|^n$ oricare ar fi $n\in\mathbb{N}$.

Arătați că, dacă există $p\in\mathbb{N}^*$ astfel încât $S_{2^p}\leq 3$, atunci pentru orice $n\in\mathbb{N}$, avem $S_n=3$.

Subiectul 4. Determinați $n\geq 3$ cu proprietatea că există o funcție bijectivă $f:\{1,2,...n\}\to\{1,2,...n\}$ pentru care k divide $f(1)+f(2)+...+f(k)$, pentru orice $k\in\{1,2,...,n\}$.

Timp de lucru: 3 ore.

Fiecare subiect se notează cu puncte de la 1 la 10 puncte.

SUCCES!

Baia Mare, str. Culturii, nr. 2, cod poștal 430282
Telefon și fax: 0262211943, mobil secretariat: 0730123630
Cod fiscal 3825932, e-mail: lucaciu@lucaciu.multinet.ro

Proiect realizat cu sprijinul financiar al Consiliului Județean Maramureș